

INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Prof. Marcello Farina

TEMA D'ESAME

16 settembre 2014

Anno Accademico 2013/2014

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema descritto dalla equazione scalare

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$

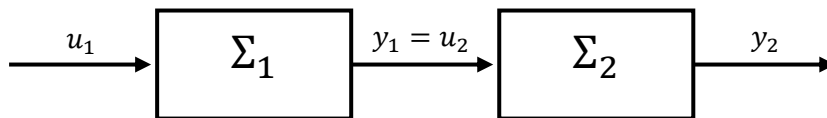
dove $f(x, u) = (1 - u^2)(x - 1)^2 + u$.

A. Sia l'ingresso costante, cioè $u(t) = \bar{u}$. Si determini il numero di condizioni di equilibrio possibili al variare del valore di $\bar{u} \in \mathbb{R}$. Si noti che non è richiesto il calcolo esplicito dei valori corrispondenti agli equilibri suddetti.

B. Si valutino le proprietà di stabilità degli equilibri trovati al variare dell'ingresso costante \bar{u} .

ESERCIZIO 2

Si consideri il seguente schema



dove i modelli dei sistemi Σ_1 e Σ_2 sono i seguenti

$$\Sigma_1: \begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + u_1(t) \\ y_1(t) = 2x_1(t) \end{cases} \quad \Sigma_2: \begin{cases} \dot{x}_2(t) = -x_2(t) - u_2(t) \\ y_2(t) = x_2(t) \end{cases}$$

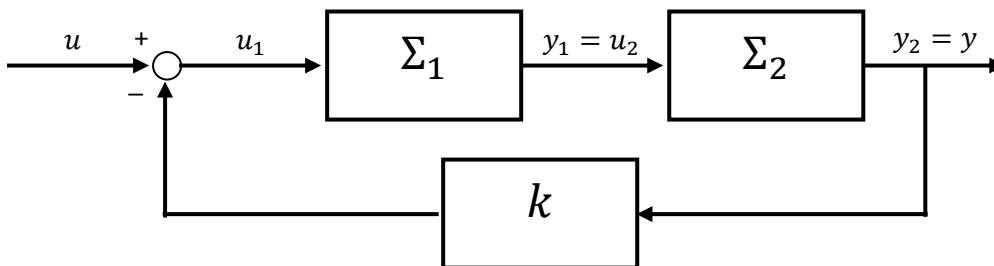
2.1. Scrivere le equazioni del sistema avente come ingresso $u_1(t)$ e uscita $y_2(t)$.

2.2. Valutare le proprietà di stabilità del sistema così ottenuto.

2.3. Calcolare il movimento libero dell'uscita, ottenuto con la seguente condizione iniziale

$$x(0) = \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2.4. Considerando lo schema retroazionato ($u_1(t) = u(t) - ky(t)$) illustrato nella figura seguente



si scrivano le equazioni del sistema avente come ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$.

2.5. Si valutino i valori del parametro reale k che garantiscono asintotica stabilità del sistema retroazionato.

2.6. Si ponga $k = -\frac{1}{2}$. Se $u(t) = 3sca(t)$, si calcoli il valore assunto dall'uscita $y(t)$ a transitorio esaurito.

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = & x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = & x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = & -x_2(t) - 3x_3(t) + u(t) \\ y(t) = & x_1(t) \end{cases}$$

A. Si determini la funzione di trasferimento del sistema. In particolare, si individuino:

- Tipo.
- Guadagno generalizzato.
- Poli.
- Zeri.

B. Si disegni i diagrammi di Bode del modulo e della fase relativi alla funzione di trasferimento ottenuta.

C. Si calcoli analiticamente la risposta forzata del sistema al segnale di ingresso $u(t) = e^{-t} \text{sca}(t)$.

ESERCIZIO 4

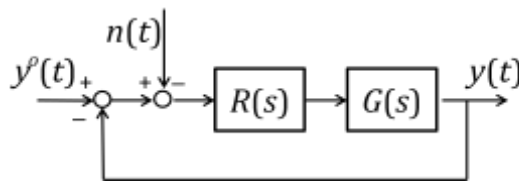
Si consideri il sistema di ordine 2, la cui funzione di trasferimento $G(s)$ è

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{5}s\right)\left(1 + \frac{1}{50}s\right)}$$

e il regolatore $R(s)$, che presenta la seguente funzione di trasferimento:

$$R(s) = \frac{20}{s}$$

A. Si analizzino le proprietà di stabilità del sistema ad anello chiuso in figura



B. Si scriva la funzione di trasferimento approssimante tra il segnale $y^o(t)$ e l'uscita $y(t)$ e se ne tracci il diagramma di Bode del modulo.

C. Si tracci l'andamento qualitativo della risposta allo scalino $y^o(t) = \text{sca}(t)$ (tenendo conto delle dinamiche di risposta risultanti, della sovralongazione massima percentuale - $S\% = 100e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$ -, del periodo di oscillazione della risposta smorzata - $T_p = \frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$ - e del guadagno del sistema retroazionato).

D. Qual è l'ampiezza della risposta forzata dell'uscita $y(t)$ corrispondente al disturbo sinusoidale $n(t) = \sin(t)$?