

INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Prof. Marcello Farina

TEMA D'ESAME

17 febbraio 2015

Anno Accademico 2013/2014

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema descritto dalle seguenti equazioni:

$$\dot{x}(t) = -2x(t)^2(x(t) + u(t))$$

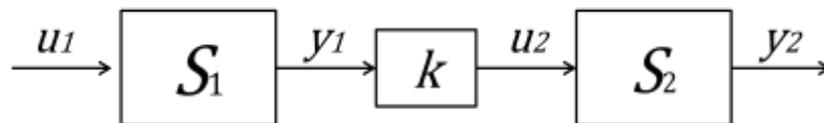
- A. Dato un generico ingresso costante $u(t) = \bar{u}$, definire i possibili punti di equilibrio corrispondenti \bar{x} .
- B. Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno ad un generico punto di equilibrio (\bar{x}, \bar{u}) .
- C. Si calcolino le condizioni di equilibrio corrispondenti all'ingresso $u(t) = \bar{u} = -1$. Determinare le proprietà di stabilità dei movimenti di equilibrio trovati (nel caso in cui il metodo della linearizzazione non fornisca la risposta si usi il metodo grafico).

ESERCIZIO 2

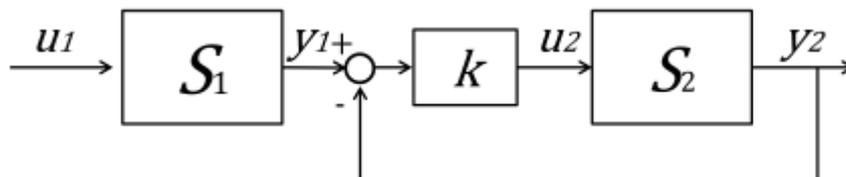
Si considerino i sistemi S_1 e S_2 , le cui dinamiche sono descritte dai seguenti modelli:

$$S_1: \begin{cases} \dot{x}_1 = -0.5x_1 + u_1 \\ y_1 = x_1 \end{cases}, \quad S_2: \begin{cases} \dot{x}_2 = u_2 \\ y_2 = 0.1x_2 \end{cases}$$

- A. Si studino le proprietà di stabilità del sistema interconnesso in figura al variare del valore del guadagno $k \in \mathbb{R}$. Si scriva inoltre la funzione di trasferimento tra u_1 e y_2 .



- B. Si studino le proprietà di stabilità del sistema interconnesso in figura al variare del valore del guadagno $k \in \mathbb{R}$.



- C. Si calcoli la funzione di trasferimento tra u_1 e y_2 e si determinino poli, zeri, guadagno, tipo.
- D. Si disegni qualitativamente la risposta $y_2(t)$ allo scalino di ampiezza unitaria $u_1(t) = \bar{u} \text{sca}(t)$, per il sistema studiato al punto C, per i seguenti tre valori di k :

- $k=50$
- $k=5$
- $k=0.5$

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema descritto dalle seguenti equazioni:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) - kx_2(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t) + 0.1x_2(t) \end{aligned}$$

A. Determinare la funzione di trasferimento del sistema avente ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$. Si specifichino gli zeri, i poli, il guadagno e il tipo della funzione di trasferimento ottenuta, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

B. Si traccino i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento $G(s)$ per i seguenti tre valori di k :

- $k=0.2$
- $k=1$
- $k=2$.

C. Nel caso $k=1$, si calcoli il movimento forzato dell'uscita rispetto all'ingresso $u(t) = e^{-10t} \text{sca}(t)$.

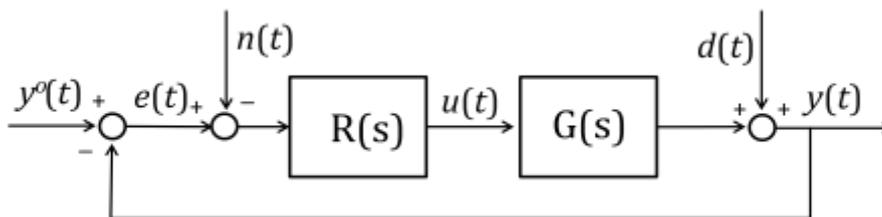
D. Si calcoli la risposta libera del sistema rispetto alla condizione iniziale $(x_1(0), x_2(0)) = (1,0)$.

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema avente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1 + 0.1s}{s^2 + s + 1}$$

Si consideri il sistema ad anello chiuso nella figura sottostante:



A. Si studino le proprietà di stabilità del sistema ad anello chiuso per ciascuna delle seguenti funzioni di trasferimento $R(s)$, al variare del parametro $k > 0$:

- a. $R(s) = k$
- b. $R(s) = \frac{k}{s}$

B. Relativamente al caso in cui $R(s) = 100$:

- a. Si calcoli in modo approssimato l'espressione della funzione di trasferimento tra la variabile di riferimento $y^o(t)$ e l'uscita $y(t)$.
- b. Si calcoli in modo approssimato l'espressione della funzione di trasferimento tra il disturbo $d(t)$ e l'uscita $y(t)$.