

INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Prof. Marcello Farina

TEMA D'ESAME

Preappello – 27 luglio 2015

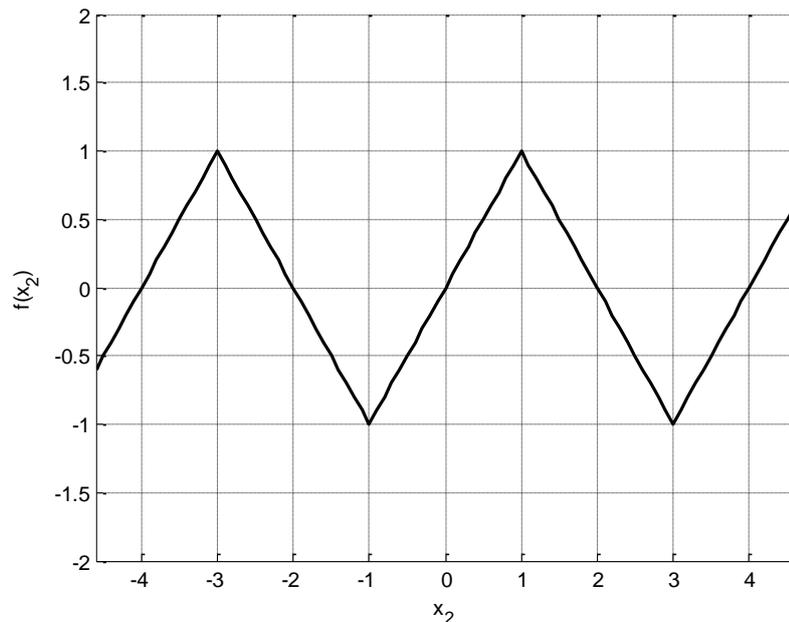
Anno Accademico 2014/2015

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= f(x_2(t)) + u(t) \\ y &= x_1(t) + x_2(t)\end{aligned}$$

dove il grafico della funzione periodica $f(\cdot)$ è mostrato nella figura sottostante.



A. Si risponda alle seguenti domande, giustificando brevemente le risposte:

- Il sistema è dinamico?
- Il sistema è lineare?
- Qual è l'ordine del sistema?
- Il sistema è MIMO?
- Il sistema è strettamente proprio?

B. Si calcolino i punti di equilibrio e si analizzino le proprietà di stabilità degli stessi nei seguenti tre casi:

- $u(t) = \bar{u} = 0$;
- $u(t) = \bar{u} = 1$;
- $u(t) = \bar{u} = 2$.

C. Si consideri il caso $u(t) = 0$. Si calcoli analiticamente il movimento dello stato e dell'uscita del sistema data la condizione iniziale $x(0) = (x_1(0), x_2(0)) = (-1, 2.5)$.

ESERCIZIO 2

Si consideri il seguente sistema dinamico:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= ax_1(t) - x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= bx_1(t) + ax_2(t) + u(t) \\ y &= x_1(t)\end{aligned}$$

A. Si determinino le proprietà di stabilità del sistema al variare del valore dei parametro $a, b \in \mathbb{R}$.

B. Si ponga ora $a = -1, b = 0$.

a. Si calcoli la risposta libera dell'uscita del sistema a fronte della condizione iniziale $x(0) = (x_1(0), x_2(0)) = (0, 1)$.

b. Si calcoli la funzione di trasferimento del sistema.

c. Si calcoli l'espressione analitica della risposta forzata dell'uscita del sistema a fronte di un ingresso $u(t) = e^{-2t}$.

ESERCIZIO 3

Si consideri la seguente funzione di trasferimento, relativa ad un sistema di ordine 2:

$$G(s) = 10 \frac{s - 1}{(s + 1)(s + 10)}$$

A. Si risponda alle seguenti domande, giustificando le risposte:

- Si scriva il sistema in forma di Bode.
- Si individuino i poli, zeri, guadagno, costante di trasferimento di $G(s)$.
- Si individui il polo dominante di $G(s)$.
- Il sistema la cui funzione di trasferimento è $G(s)$ è asintoticamente stabile?
- $G(s)$ è strettamente propria?
- Qual è il grado relativo di $G(s)$?

B. Si disegnino i diagrammi di Bode di modulo e fase della funzione di trasferimento $G(s)$.

C. Dato un ingresso sinusoidale $u(t) = \sin(t)$, si calcolino la pulsazione ω , l'ampiezza A e lo sfasamento φ della sinusoide $y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ in uscita al sistema a transitorio esaurito.

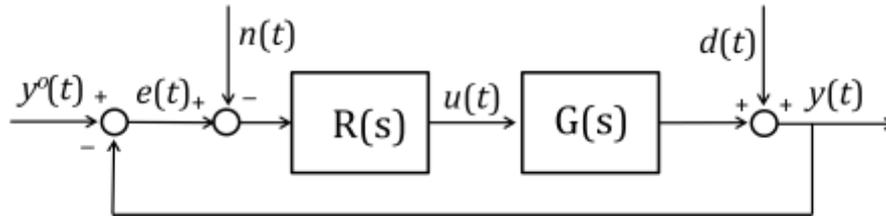
D. Grazie ai diagrammi di Bode tracciati al punto B si tracci il diagramma di Nyquist di $G(s)$.

ESERCIZIO 4

Si consideri di nuovo il sistema studiato nell'esercizio 3, avente funzione di trasferimento

$$G(s) = 10 \frac{s - 1}{(s + 1)(s + 10)}$$

e il sistema **ad anello chiuso** in figura:



A. Si analizzino le proprietà di stabilità del sistema **ad anello chiuso** in figura nel caso in cui $R(s) = k_1$, al variare del valore assunto da k_1 (si ponga $k_1 > 0$).

B. Si analizzino le proprietà di stabilità del sistema **ad anello chiuso** in figura nel caso in cui

$$R(s) = \frac{k_2}{s}$$

al variare del valore assunto da k_2 (dove ora $k_2 \in \mathbb{R}$).

C. Si consideri ora il caso in cui

$$R(s) = \frac{-0.1}{s}$$

a. Si calcoli in modo approssimato l'espressione della funzione di trasferimento tra la variabile di riferimento $y^o(t)$ e l'uscita $y(t)$.

b. In base alla risposta data al punto precedente, si tracci l'andamento qualitativo della risposta allo scalino $y^o(t) = sca(t)$ del sistema ad anello chiuso.