INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Prof. Marcello Farina

TEMA D'ESAME

11 settembre 2015

Anno Accademico 2014/2015

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_1^3(t) + x_1^2(t) + u(t) - 1 \\ \dot{x}_2(t) &= -2x_2(t) + 2x_1(t) \\ y(t) &= x_1(t) - x_2(t) + u(t) \end{aligned}$$

A. Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno ad un generico punto di equilibrio $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{u})$.

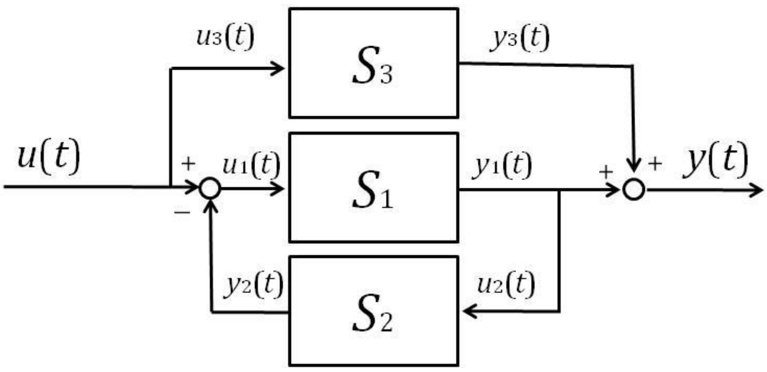
B. Si calcolino i possibili movimenti di equilibrio di stato e uscita corrispondenti all'ingresso $u(t) = \bar{u} = 1$.

C. Si valutino le proprietà di stabilità degli equilibri individuati al punto B.

D. Si calcoli analiticamente il movimento dello stato e dell'uscita del sistema dati la condizione iniziale $x(0) = \big(x_1(0), x_2(0)\big) = (1,0)$ e l'ingresso $u(t) = 1$.

ESERCIZIO 2

Si consideri il seguente schema a blocchi.



dove i sistemi S_1, S_2 e S_3 sono caratterizzati dalle seguenti equazioni.

$$S_1\colon \begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + u_1 \\ y_1 = -(b+1)x_1 + u_1 \end{cases}, \qquad S_2\colon \begin{cases} \dot{x}_2 = bx_2 + u_2 \\ y_1 = x_2 \end{cases}, \qquad S_3\colon \begin{cases} \dot{x}_3 = -2x_3 + u_3 \\ y_3 = x_3 \end{cases}$$

dove il parametro $b \in \mathbb{R}$.

A. Si calcoli la funzione di trasferimento complessiva $G(s)$ tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$.

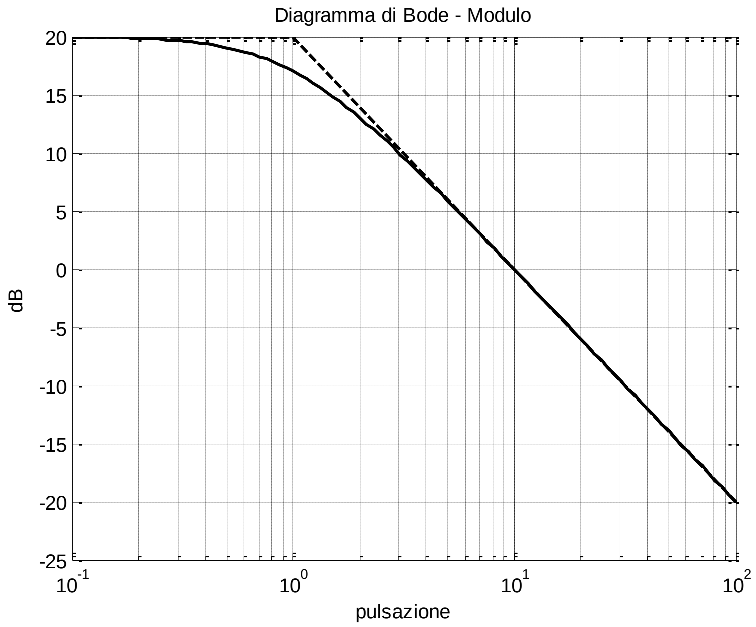
B. Relativamente al sistema complessivo, si risponda alle seguenti domande:

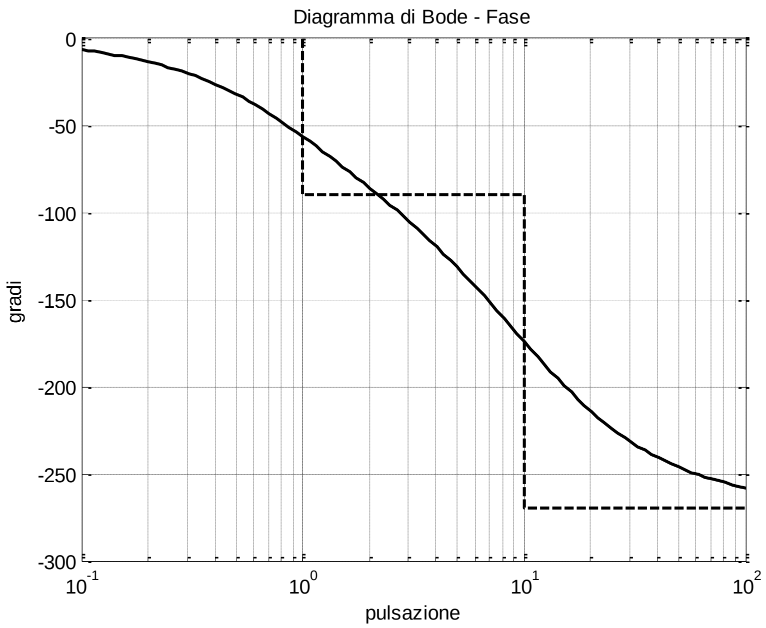
- Individuare i poli, gli zeri, il guadagno e la costante di trasferimento della funzione di trasferimento $G(s)$ (in funzione di b).
- Si calcoli il valore di b tale per cui il guadagno di $G(s)$ è pari a 1. Si individuino in questo caso i poli e gli zeri di $G(s)$.
- Individuare gli autovalori del sistema la cui funzione di trasferimento è $G(s)$.
- Si valutino le proprietà di stabilità del sistema complessivo al variare del parametro $b \in \mathbb{R}$.

C. Si ponga $b = -3$. Si calcoli l'espressione analitica della risposta forzata dell'uscita del sistema a fronte di un ingresso $u(t) = 3e^{-2t}$.

ESERCIZIO 3

Si consideri i seguenti diagrammi di Bode, relativi alla funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema di ordine 2.





A. Si risponda alle seguenti domande, **giustificando le risposte**:

a. Si individui il polo dominante di $G(s)$.
b. Il sistema la cui funzione di trasferimento è $G(s)$ è asintoticamente stabile?
c. Il sistema la cui funzione di trasferimento è $G(s)$ è a fase minima?
d. $G(s)$ è strettamente propria?
e. Qual è il grado relativo di $G(s)$?

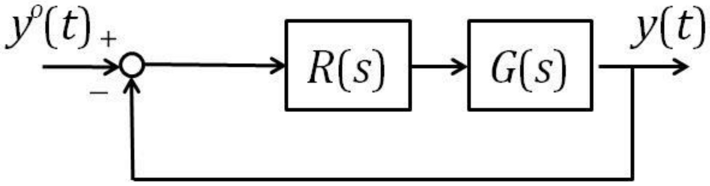
B. Grazie ai diagrammi di Bode forniti si tracci qualitativamente il diagramma di Nyquist di $G(s)$.

C. Si enunci in modo conciso ma con precisione il teorema della risposta armonica, specificando brevemente il contesto in cui si applica.

D. Dato un ingresso sinusoidale $u(t)$=sin($3t$), si calcolino la pulsazione ω, l'ampiezza A e lo sfasamento φ della sinusoide $y(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$ in uscita al sistema a transitorio esaurito.

ESERCIZIO 4

Si consideri di nuovo il sistema studiato nell'esercizio 3 e il sistema **ad anello chiuso** in figura.



A. Si analizzino le proprietà di stabilità del sistema **ad anello chiuso** in figura nei seguenti casi:

a) $R_a(s) = -0.2$;
b) $R_b(s) = 0.2$;
c) $R_c(s) = 0.5\frac{(s+1)}{s(1+s/100)}$

B. Considerando i casi (tra quelli considerati al punto A) in cui il sistema in anello chiuso in figura risulta asintoticamente stabile,

a) si calcoli in modo approssimato l'espressione della funzione di trasferimento tra la variabile di riferimento $y^o(t)$ e l'uscita $y(t)$.
b) in base alla risposta data al punto precedente, si tracci l'andamento qualitativo della risposta allo scalino $y^o(t) = \text{sca}(t)$ dei sistemi ad anello chiuso considerati. Per rispondere a questa domanda si tenga conto delle dinamiche di risposta risultanti, del guadagno del sistema retroazionato e, per sistemi del II ordine, che l'espressione della sovraelongazione massima percentuale è $S\% = 100e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$, mentre quella del periodo di oscillazione della risposta smorzata è $T_P = \frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$.