INGEGNERIA DELLE TELECOMUNICAZIONI

FONDAMENTI DI AUTOMATICA

Prof. Marcello Farina

TEMA D'ESAME

29 settembre 2015

Anno Accademico 2014/2015

ESERCIZIO 1

Si consideri il sistema:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + (x_2(t) - 1)^3 + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) + x_2(t) - 1 \\ y(t) &= x_1(t) + 3u(t) \end{aligned}$$

A. Si risponda alle seguente domande, giustificando brevemente le risposte:

a. Il sistema è dinamico?
b. Il sistema è lineare?
c. Qual è l'ordine del sistema?
d. Il sistema è MIMO?
e. Il sistema è strettamente proprio?

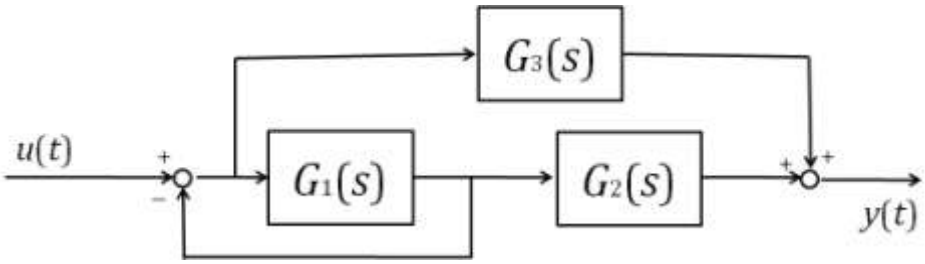
B. Scrivere le equazioni del sistema linearizzato attorno ad un generico punto di equilibrio $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{u})$.

C. Si calcolino i possibili movimenti di equilibrio di stato e uscita corrispondenti all'ingresso $u(t) = \bar{u} = 0$.

D. Si valutino le proprietà di stabilità degli equilibri individuati al punto C.

ESERCIZIO 2

Si consideri lo schema a blocchi in figura



dove $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $G_3(s)$ sono funzioni di trasferimento di sistemi di ordine 1.

A. Determinare l'espressione della funzione di trasferimento $H(s)$ del sistema complessivo in funzione di $G_1(s)$, $G_2(s)$ e $G_3(s)$.

B. Posto $G_1(s) = \frac{1}{s+3}$, $G_2(s) = \frac{s+4}{s+0.1}$ e $G_3(s) = -\frac{1}{s+3}$ verificare che $H(s) = \frac{3.9}{(s+0.1)(s+4)}$ e studiare le proprietà di stabilità del sistema avente ingresso $u(t)$ e uscita $y(t)$.

C. Calcolare la **risposta di regime** (a transitorio esaurito) del sistema con funzione di trasferimento $H(s)$ all'ingresso $u(t) = e^{-2t} + 4$

ESERCIZIO 3

Si consideri il seguente sistema in spazio di stato.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -20x_1(t) + 10x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -10x_1(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t) \end{aligned}$$

A. Si risponda alle seguenti domande, **giustificando le risposte**:

a. Si calcoli la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema.
b. Si individuino poli, zeri e guadagno della funzione di trasferimento $G(s)$.
c. Il sistema è asintoticamente stabile?
d. Il sistema è a fase minima?

B. Si traccino i diagrammi di Bode (del modulo e della fase) di $G(s)$.

C. Si calcoli l'espressione analitica della risposta forzata dell'uscita a fronte di un ingresso $u(t) = e^{\alpha t}$ nei casi

- $\alpha = 0$
- $\alpha = -10$

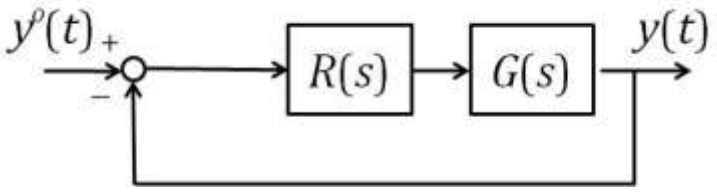
D. Si calcoli l'espressione analitica della risposta libera dell'uscita del sistema avente condizioni iniziali $x(0) = (x_1(0), x_2(0)) = (1,1)$.

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema di ordine 2 avente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{10}{(s+10)^2}$$

e il sistema **ad anello chiuso** in figura.



A. Ponendo $R(s) = k$, si analizzino le proprietà di stabilità del sistema **ad anello chiuso** in figura al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

B. Considerando ora entrambi i casi $R_1(s) = 100$ e $R_2(s) = \frac{10}{s}$

a) si calcoli in modo approssimato l'espressione della funzione di trasferimento tra la variabile di riferimento $y^o(t)$ e l'uscita $y(t)$.
b) in base alla risposta data al punto precedente, si tracci l'andamento qualitativo della risposta allo scalino $y^o(t) = \text{sca}(t)$ dei sistemi ad anello chiuso considerati. Per rispondere a questa domanda si tenga conto delle dinamiche di risposta risultanti, del guadagno del sistema retroazionato e, per sistemi del II ordine, che l'espressione della sovraelongazione massima percentuale è $S\% = 100e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}}$, mentre quella del periodo di oscillazione della risposta smorzata è $T_P = \frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$.