Fondamenti di Automatica
Test di autovalutazione

PARTE A

A1. Il numero complesso $4e^{jp/6}$ può anche essere rappresentato come

[a] $2 - j2\sqrt{3}$
[b] $2\sqrt{3} - j2$
[c] $\dfrac{8}{\sqrt{3} - j}$
[d] $2 + j2\sqrt{3}$
[e] non so

A2. L'argomento, espresso in radianti, del numero complesso $-1 + j$ vale

[a] $3p/4$
[b] $-p/4$
[c] $p/2$
[d] $p/4$
[e] non so

A3. Si consideri la relazione tra numeri complessi $c = ab$. Una sola delle affermazioni [a]-[d] seguenti è sbagliata. Quale?

[a] $|c| = |a| \cdot |b|$
[b] $\arg(c) = \arg(a) + \arg(b)$
[c] $\mathrm{Re}(c) = \mathrm{Re}(a) \cdot \mathrm{Re}(b)$
[d] $\arg(1/c) = -\arg(a) - \arg(b)$
[e] non so

A4. Nel campo dei numeri complessi, l'espressione $\sqrt[3]{-27}$

[a] non è ben definita
[b] assume solo il valore –3
[c] assume 3 valori distinti, di cui uno solo a parte reale positiva
[d] assume 3 valori distinti, di cui uno solo a parte reale negativa
[e] non so quanto valga

A5. Sia dato il numero complesso $l = \left(\dfrac{1-j}{1+j}\right)^3$. Quale delle seguenti affermazioni [a]-[d] è vera?

[a] l ha parte reale uguale a 1
[b] l ha modulo uguale a 1
[c] l ha argomento uguale a 0
[d] l è uguale a 1
[e] non so

A6. Indicando con j l'unità immaginaria e con x una variabile reale, si consideri la funzione $f(x) = e^{jx}$. Tale funzione è

[a] reale e periodica
[b] reale e non periodica
[c] complessa e periodica
[d] complessa e non periodica
[e] non so

A7. L'espressione $\ln\left(a^k b^k\right)$ può essere equivalentemente scritta come

[a] $k(\ln a + \ln b)$
[b] $k\ln(a + b)$
[c] $(\ln(ab))^k$
[d] $\ln(ka) + \ln(kb)$
[e] non so

A8. Si considerino una matrice A di dimensioni $n \times m$ e un vettore (colonna) x di dimensioni $n \times 1$. Dire quale delle seguenti espressioni è dimensionalmente corretta:

[a] Ax
[b] $A + x$
[c] xA
[d] nessuna delle precedenti
[e] non so

A9. Il determinante di una matrice quadrata è nullo solo se

[a] almeno un autovalore è nullo
[b] tutti gli autovalori sono nulli
[c] almeno un autovalore è uguale a 1
[d] tutti gli autovalori sono uguali
[e] non so

A10. Gli autovalori di una matrice quadrata di ordine n corrispondono alle soluzioni di

[a] $lI - A = 0$
[b] $\det(lA) = 0$
[c] $l^n - \det(A) = 0$
[d] $\det(lI - A) = 0$
[e] non so

A11. Indicare quale delle seguenti coppie di valori non può rappresentare gli autovalori di una matrice reale di ordine 2.

[a] –1, 1
[b] –1, 2
[c] –*j*, *j*
[d] –*j*, 2*j*
[e] non so

A12. L'inversa della matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ vale

[a] $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1/2 \end{bmatrix}$ [b] $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$ [c] $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/4 & 1/2 \end{bmatrix}$

[d] $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ [e] non so

---

A13. Siano *A* e *b* rispettivamente una matrice quadrata di ordine *n* e un vettore di ordine *n*. In quali di queste situazioni il sistema di equazioni lineari $Ax = b$ ammette infinite soluzioni?

[a] sempre
[b] mai
[c] se *A* è singolare e *b* è nullo
[d] se *A* è non singolare
[e] non so

A14. Una soluzione dell'equazione differenziale $\dot{x}(t) = -2x(t) + 1$ è data da

[a] $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2t}$
[b] $e^{-2t} + t$
[c] $e^{-2t} + 1$
[d] e^{-2t+1}
[e] non so

A15. L'integrale $\int_0^t e^{(t-s)} ds$ vale

[a] $-1 + e^t$
[b] $1 - e^{-t}$
[c] $1 - e^t$
[d] $1 - e^s$
[e] non so

A16. L'integrale $\int_0^t \cos(wt)\,dt$ vale

[a] $\text{sen}(wt)$
[b] $w^{-1}\text{sen}(wt)$
[c] $w\,\text{sen}(wt)$
[d] $\cos(wt)-1$
[e] non so

A17. L'integrale improprio $\int_0^\infty e^{-t}dt$

[a] vale 1
[b] vale –1
[c] vale e
[d] diverge
[e] non so calcolarlo

A18. La serie $\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{-k}$ converge a

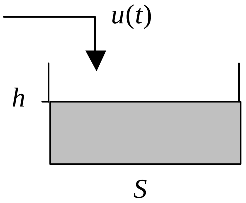
[a] 1/3
[b] 2
[c] -1
[d] non converge
[e] non so

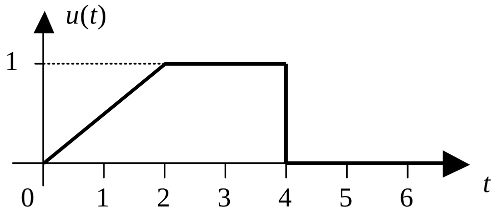
A19. Indicando con v la tensione ai capi di un condensatore e con i la corrente che vi circola, la legge che descrive il funzionamento di un condensatore con capacità C è

[a] $i = Cv$ [b] $v = Ci$ [c] $\frac{di}{dt} = Cv$ [d] $\frac{dv}{dt} = \frac{1}{C}i$
[e] non so

A20. Il serbatoio mostrato in figura è cilindrico ed ha sezione S = 10 m^2. Viene alimentato da una condotta la cui portata u (in m^3/s) ha l'andamento temporale mostrato nel grafico. Supponendo che il livello di liquido all'istante t = 0 sia $h(0)$ = 0.1 m, si calcoli il livello raggiunto all'istante t = 5. Esso vale

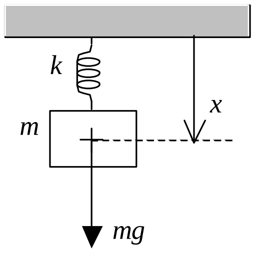
[a] 0.6 m
[b] 0.5 m
[c] 0.4 m
[d] 0.3 m
[e] non so





A21. L'equazione che descrive il comportamento dinamico del sistema meccanico in figura è

[a] $m\ddot{x} = -kx + mg$
[b] $m\dot{x} = -kx + mg$
[c] $m\ddot{x} = -kx + g$
[d] $m\ddot{x} = -kx - mg$
[e] non so



A22. La successione $x(k+1) = -0.5x(k) + 3$, con $x(0) = 0$ converge a

[a] -2
[b] 2
[c] non converge
[d] 0
[e] non so se converge

A23. Si consideri la funzione $f(x) = x + 5$ della variabile reale *x*. La funzione e':

[a] lineare
[b] intera
[c] complessa
[d] affine
[e] non so

PARTE B

B1. Siano A e B due matrici quadrate di ordine $n > 1$ e l una costante reale. Una sola delle seguenti affermazioni [a]-[d] è corretta. Quale?

[a] $\det(lA) = l \det(A)$
[b] $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$
[c] $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$
[d] $\det(lI - A) = l - \det(A)$
[e] non so

B2. Si consideri una matrice A quadrata di ordine n e la matrice $B = TAT^{-1}$, dove T è quadrata e non singolare. Le due matrici A e B

[a] sono identiche
[b] hanno gli stessi autovalori
[c] hanno gli stessi autovettori
[d] hanno gli stessi elementi sulla diagonale
[e] non so cosa hanno in comune

B3. Si considerino il vettore di variabili $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ e il vettore di funzioni $f(x) = \begin{bmatrix} e^{x_1} \operatorname{sen} x_2 \\ 2x_1 + x_2^2 \end{bmatrix}$. La matrice Jacobiana $f_x(x)$ è definita come

[a] $\begin{bmatrix} e^{x_1} & \operatorname{sen} x_2 \\ 2x_1 & x_2^2 \end{bmatrix}$ [b] $\begin{bmatrix} e^{x_1} \operatorname{sen} x_2 & e^{x_1} \cos x_2 \\ 2 & 2x_2 \end{bmatrix}$ [c] $\begin{bmatrix} e^{x_1} & \cos x_2 \\ 2 & 2x_2 \end{bmatrix}$

[d] $\begin{bmatrix} e^{x_1} (\operatorname{sen} x_2 + \cos x_2) \\ 2 + 2x_2 \end{bmatrix}$ [e] non so

---

B4. Si ricordi che la traccia di una matrice quadrata A è indicata con il simbolo $tr(A)$ ed è definita come la somma degli elementi sulla diagonale. Considerando due matrici quadrate A e B dello stesso ordine, si dica quale delle seguenti affermazioni [a]-[d] è errata:

[a] $tr(A + B) = tr(A) + tr(B)$
[b] $tr(AB) = tr(A) \cdot tr(B)$
[c] $tr(AB) = tr(BA)$
[d] $tr(A + B) = tr(B + A)$
[e] non so

B5. Si consideri l'equazione differenziale $\ddot{x}(t) = -5\dot{x}(t) + 2x(t)$. Per determinare univocamente la soluzione da $t = 0$ in avanti la minima informazione necessaria è costituita dai valori

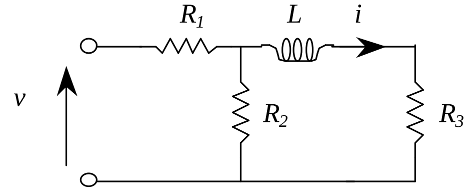
[a] $x(0), x(\infty)$
[b] $x(0), \dot{x}(0), \ddot{x}(0)$
[c] $x(0)$
[d] $x(0), \dot{x}(0)$
[e] non so

B6. La funzione $f(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$ rappresenta lo sviluppo in serie di

[a] e^{-x} [b] e^{x} [c] $\log(e + x)$ [d] $\cos x$
[e] non so

B7. L'equazione differenziale che descrive il legame tra la tensione v e la corrente i nel circuito mostrato in figura ha la seguente struttura:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R_e}{L(R_1 + R_2)} i + \frac{R_2}{L(R_1 + R_2)} v$$



Il valore corretto di R_e è

[a] $R_e = R_1 R_2$
[b] $R_e = R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3$
[c] $R_e = R_1 R_2 + R_1 R_3$
[d] $R_e = R_1 R_2 + R_2 R_3$
[e] non so